

## 个人资料:

姓 名: 徐 丽                      性 别: 女  
出生年月: 1982.05.09            民 族: 汉  
籍 贯: 湖北黄冈                政治面貌: 中共党员  
婚姻状况 : 已婚                博士毕业: 2010.07  
电 话: 13488755438  
E-mail: xuliice@lsec.cc.ac.cn

## 教育背景:

- 2001.9–2005.6 武汉大学数学与统计学院, 数学基地班, 学士学位;
- 2005.9–2010.7 中国科学院 数学与系统科学研究院 数学所, 博士学位,  
研究方向: 微局部分分析与非线性偏微分方程, 导师为 林芳华教授和张平研究员。

## 工作经历:

- 2010.09–2011.09 巴黎十一大数学系, 博士后,  
合作导师: Jean-Claude Saut, 研究方向: 水波方程;
- 2011.11–至今 中国科学院 数学与系统科学研究院 计算数学所, 助理研究  
员, 研究方向: 微局部分分析与非线性偏微分方程。

## 承担项目情况:

- 2013.01–2015.12, 国家自然科学基金青年科学基金项目《流体力学模型的复杂边界问题及其柯西问题的研究》, 项目批准号: 11201455, 项目主持人;
- 2017.01–2020.12, 国家自然科学基金面上项目《关于磁流体模型在强背景磁场中的适定性研究》, 项目批准号: 11671383, 项目主持人。

## 研究领域:

### 1. 流体力学方程组:

- 对于粘性不可压缩流体方程组, 研究初边值问题以及自由边界问题的整体适定性, 解的长时间行为以及系统的稳定性。研究成果参见[1, 2, 6]。
- 对于水波方程组, 研究水波问题的适定性, 渐进模型的长时间存在性以及相

应的渐进分析，包括单相流和两相流。研究成果参见[3, 4, 5, 10]。

## 2. 磁流体方程组 (MHD) :

- 对于部分粘性的不可压缩磁流体方程组，研究初值问题的适定性以及解的长时间行为。研究成果参见[7, 8]。
- 对于小粘性和无粘性的不可压缩磁流体方程组，系统研究在强磁场背景下粘性和无粘性Alfvén波的存在性，稳定性以及长时间行为；研究粘性消失极限下，两类Alfvén波之间的收敛关系；研究当带状区域趋于二维平面时，三维MHD到二维MHD的渐进过程以及相应的渐进分析。研究成果参见[11, 12]。
- 对于无粘性的可压缩磁流体方程组，研究快波，慢波以及Alfvén波的波动现象。

## 研究工作介绍:

本人的研究工作主要集中在以下几方面:

### 一、不可压缩粘性流体的自由边界问题。

流体的自由边界问题主要是描述流体与空气的自然接触面或者两相流体的自然接触面随时间演化而发展的问题。这类问题多见于水的波动，海洋中不同区域上流体的运动，泥石流运动等等。考虑到流体自由边界问题来源于实际生活，对它的研究吸引了大量的物理和数学工作者的兴趣。在数学上，不可压缩粘性（牛顿）流体的自由边界问题可以由 Navier-Stokes 方程的自由边界问题来描述，对于复杂流体的自由边界问题可以用耦合 Navier-Stokes 方程的方程组的自由边界问题来描述。数学上关心的是方程组在自由面条件下的适定性，稳定性和渐进分析等问题。

目前，关于此类问题，本人的研究成果可以归纳为如下两个方面:

1、研究了两类不相溶流体的自由边界问题的整体存在性。主要考虑三维带状区域上，两个自由接触面的两相流体在表面张力和重力作用下的运动情况。借鉴于Solonnikov关于Navier-Stokes 方程的自由边界问题的方法，即通过Lagrangian 坐标变换，将自由边界问题化成初始区域上的固定边界问题，证明了系统的整体小解的存在唯一性。可参看文献[1]。论文发表在 *Journal of Differential Equations* 上。

2、研究了三维带状区域上的粘弹性流体Oldroyd 模型的自由边界问题。这是一个复杂流体的问题。方程组由形变张量的传输方程耦合上Navier-Stokes方程来描述。问题的难点除了方程组是混合类型（双曲型耦合抛物型）外，还要考虑复杂的自由边界条件和区域的变动。通常的Lagrangian坐标变换的想法在这里失效了，主要原因在于此时的流体是有记忆性的。和合作者合作，解决的方法是引入新的Lagrangian坐标变换，将形变张量直接从传输方程中求解出来，从而将耦合方程组的自由边界问题转化成平坦带状区域上单个阻尼波方程的固定边界问题。在充分利用不可压缩条件和能量方法下，最终证明了系统的整体小解的存在唯一性和长时间行为。这是关于复杂流体自由边界问题的整体

存在性的第一个结果，参看文献[6]。论文发表在 *Archive for Rational Mechanics and Analysis* 上。

由于证明方法十分稳定，借此可以给出三维Oldroyd模型的初边值问题的整体存在性的简化证明，参看文献[2]。论文发表在 *SIAM Journal on Mathematical Analysis* 上，Mathscinet上能检索到引用率为16次。

## 二、水波方程渐进模型的长时间存在性。

水波方程是由 **Euler** 方程的自由边界问题来描述。由于水波方程的复杂性，物理学家和数学家都倾向于在一些特殊的物理区域上寻找一些渐进方程组来描述水波的运动，这就带动了水波方程的渐进分析以及对于渐进模型适定性的分析。其中关于渐进模型的长时间存在性是水波方程渐进分析理论的重要组成部分。

目前，本人的主要研究结果集中在渐进模型 *Intermediate long wave (ILW) system*, *Boussinesq system* 和 *Full dispersive system* 的长时间存在性。主要结果可参看文献[3, 4, 5, 10]。具体如下：

1. 在文献[3]中，论文主要推导了内波在 *Intermediate long waves* 区域上的渐进模型 (ILW) 方程以及在 *Benjamin-Ono* 区域上的 (BO) 方程。同时，证明了固定上表面情形下的 (ILW) 方程Cauchy问题的局部存在性以及长时间存在性，并且严格推导出了 (BO) 方程可以由 (ILW) 方程逼近。论文发表在 *Nonlinearity* 上，由本人独立完成的。

2. 文献[4, 10]主要证明了带有四个参数的 *Boussinesq* 方程的长时间存在性。从而完善了 *Boussinesq* 方程作为带自由面的 *Euler* 方程渐进模型的渐进逼近理论。两篇论文分别发表在 *Journal de Mathematiques Pures et Appliquees* 和 *SIAM Journal on Mathematical Analysis* 上。文献[4]中的结果是关于 *Boussinesq* 系统第一个没有导数损失的长时间存在性的结果，该论文在Mathscinet上检索到的引用率为17次。

3. 文献[5]主要是针对 *Full dispersion system* 的磨光模型进行了研究，证明了该模型的大时间存在性。论文发表在 *Journal of Mathematical Physics* 上。

以上考虑的渐进模型都是色散方程，但也可以看成双曲方程受到一个带小系数的色散项的扰动。关于以上渐进模型长时间存在性的求解，主要利用的是双曲方程的对称化方法，将色散项看成是双曲方程的扰动项来处理的，参见文献 [3, 4, 5]。而以往的结论都是利用方程的色散性，只能得到局部存在性。而文献[10]中所采用的方法与[3, 4, 5]不一样，利用的是拟线性化的方法，将系统化成可求解的双曲方程组，从而避免由于采用Nash-Morse迭代所带来的损失导数的问题。

### 三、磁流体方程组的适定性和波动现象的研究。

磁流体力学主要是研究导电流体在磁场中的运动情况。磁场对自然界的流体和人造流体有很大的影响。譬如，地磁场是由地核内的流体运动所保持的，太阳磁场会产生太阳黑子和太阳风，磁场在工业上被用来加热，搅拌，悬浮液体金属。对于这些流体的研究，数学上可以归结为磁流体力学（MHD）方程组的研究。在MHD中，很重要的一类现象和应用都是基于很强的背景磁场，特别，诺贝尔奖获得者Alfven 于MHD提出了所谓Alfven 波的波动现象。本人在这方面的研究主要集中在强磁场背景下方程组的适定性和波动现象的研究。目前，本人取得了一系列的研究成果，具体可总结为如下三点：

1. 考虑强背景磁场下，Navier-Stokes方程和双曲磁场方程耦合情形下磁流体方程组的适定性问题。这个问题一直以来都受到数学物理学家的关注，但关于整体存在性，一直以来没有理论结果。2011年林芳华教授和张平教授考虑了此类问题的一个简化模型。通过各项异性的Littlewood-Paley理论，得到了小解的整体存在性。由于方法所限，他们不能处理一般情形。受粘弹性自由边界问题的启发，利用变形的Lagrangian 坐标变换，将耦合的磁流体方程组化成单个的各向异性的阻尼波方程。利用能量估计，最终证明了两维和三维的不可压缩磁流体方程组在平衡态附近的整体存在性，参见文献[7, 8]。相应论文分别发表在 *Journal of Differential Equations* 和 *SIAM Journal on Mathematical Analysis* 上。论文在2015年正式发表后收到很大关注，除了在未发表前被多次引用外，仅在Mathscinet上能检索到的引用率分别为24次和19次。

2. 考虑强背景磁场下，Euler方程和双曲磁场方程耦合情形下或者小粘性系数下磁流体方程组的适定性问题。该问题也可以理解为考虑Alfven 波的非线性稳定性。研究成果的主要结论有三个：1). 理想的MHD方程的解是整体存在的，而且解就是非线性的 Alfven 波；2). 当流体粘性和磁粘性都很小时，MHD方程组的解也是整体存在的，而且，粘性消失时，解是收敛到 Alfven 波的；3). 小粘性的Alfven 波最终是会消散的，并详细描述了它的耗散过程，即表述了MHD系统是怎么从一个双曲系统为主的方程组渐变至抛物系统为主的方程组。最终从数学上，证明在特征时间（1/粘性）之前，MHD系统主要表现为波动的现象的，而在这之后， Alfven 波是会逐渐散掉。这个问题是物理教科书上所提到的，也是物理学上非常关心的问题。论文刚被 *Annals of PDE* 接收。

3. 考虑三维薄板区域上的磁流体方程组的适定性和以及当薄板区域退化为二维平面时方程的渐进问题。问题的出发点是想了解区域对理想Alfven 波的稳定性的影响以及给出平面磁流体方程组的正当性。研究的主要结论有两个：1). 薄板区域上的理想MHD方程组的解是整体存在的，且解就是 Alfven 波；2). 当板的厚度趋近于0 时，即三维薄板区域趋近于二维区域时，三维的 Alfven 波收敛到两维的 Alfven 波。论文表明薄板区域上的 Alfven 波也是稳定的，而且当板的厚度很薄时，三维的 Alfven 波是可以被两维的 Alfven 波逼近的。论文由本人独自完成，已投稿。

### 受邀报告：

- Workshop on "Wave equations and magnetohydrodynamics", 清华大学数学科学系，北京，2013年11月；
- 浙江大学数学学院，杭州，2014年5月；

- 武汉大学数学与统计学院, 武汉, 2014年6月;
- 中国科学院武汉物理与数学研究所, 武汉, 2014年6月;
- 香港浸会大学数学系, 香港, 2015年1月;
- 香港中文大学数学系, 香港, 2015年1月;
- Introduction to Modern Mathematics Lecture Series, 清华大学 丘成桐数学科学中心 2015年4月;
- Workshop on “Fluids and PDEs”, 复旦大学数学科学学院, 上海, 2015年5月;
- 武汉大学数学与统计学院, 武汉, 2015年7月;
- The 8th International Congress on Industrial and Applied Mathematics, MS-Mo-D-14: Mathematical Theories and Computational Aspects of Complex Fluids, 北京, 2015年8月;
- 南京大学数学系, 南京, 2015年9月
- 香港浸会大学数学系, 香港, 2016年1月;
- 京都大学数学系, 京都, 日本, 2016年4月。

### 学术交流活动：

1. Summer School on Nonlinear Partial Differential Equation, Morningside Centre of Mathematics, AMSS, CAS, Beijing, China, 2006-2015.
2. Chinese-French Workshop on Partial Differential Equations and Applications, Tianjin, China, 2008.
3. Chinese-German Workshop on Partial Differential Equations and Applications, Tianjin, China, 2010.
4. Workshop on "Stress Tensor Effects on Fluid Mechanics", Morningside Center of Mathematics, China, 2010.
5. International Conference on Nonlinear PDE, Beijing, China, 2010.
6. Journées EDP 2011, Biarritz, France, 2011.
7. Workshop on "Wave equations and magnetohydrodynamics", Beijing, China, 2013.
8. Fluids and PDEs, Shanghai, China, 2015.

### 研究成果和论文出版：

- [1] Li Xu, Zhifei Zhang, On the free boundary problem to two viscous immiscible fluids, Journal of Differential Equations, 248 (2010), no. 5, pp.1044-1111.
- [2] Lingbing He, Li Xu, Global well-posedness for viscoelastic fluid system in bounded domains, SIAM Journal on Mathematical Analysis, 42(2010), no. 6, pp.2610-2625.
- [3] Li Xu, Intermediate long waves systems for internal waves, Nonlinearity 25(2012), pp. 597-640.
- [4] Jean-Claude Saut, Li Xu, The Cauchy problem on large time for surface waves Boussinesq systems, Journal de Mathématiques Pures et Appliquées, No. 6, 97(2012), pp.635-662.
- [5] Jean-Claude Saut, Li Xu, Well-posedness on large time for a modified full dispersive

system of surface waves, *Journal of Mathematical Physics*, 53, 115606 (2012).

- [6] Li Xu, Ping Zhang, Zhifei Zhang, Global solvability to a free boundary 3-D incompressible viscoelastic fluid system with surface tension, *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, Volume 208, Issue 3, (2013), pp.753-803.
- [7] Fanghua Lin, Li Xu and Ping Zhang, Global small solutions to 2-D incompressible MHD system, *Journal of Differential Equations*, 259(2015), no.10, pp. 5440-5485.
- [8] Li Xu and Ping Zhang, Global small solutions to three-dimensional incompressible MHD system, *SIAM Journal on Mathematical Analysis*, 47 (2015), no. 1, pp. 26-65.
- [9] Liyan Ma, Li Xu and Tiejong Zeng, Low rank prior and total variation regularization for image deblurring, *Journal of Scientific Computing*, 70(2017), no. 3. 1336–1357.
- [10] Jean-claude Saut, Chao Wang, Li Xu, The cauchy problem on large time for surface waves Boussinesq systems II, *SIAM Journal on Mathematical Analysis*, 49(2017), no. 4, pp. 2321-2386.
- [11] Lingbing He, Li Xu, Pin Yu, On global dynamics of three dimensional magnetohydrodynamics: nonlinear stability of Alfvén wave, accepted by *Annals of PDE*, 2017.

### 已完成论文：

- [12] Li Xu, On the ideal magnetohydrodynamics in three-dimensional thin domains: well-posedness and asymptotics, submit 2017.